

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

Вариант состоит из двух частей и содержит 16 заданий. При выполнении заданий части 1 требуется записать только ответ. При выполнении заданий части 2 требуется записать полное решение.

Часть 1

1. Найдите значение выражения $\frac{\left(\frac{3}{7^5} \cdot \frac{2}{9^3}\right)^{15}}{63^9}$.
2. Найти сумму корней уравнения $\begin{vmatrix} x-5 & -2 \\ 3 & x \end{vmatrix} = 0$.
3. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\sin A = \frac{1}{7}$, $AC = 4\sqrt{3}$. Найдите AB .
4. Найдите площадь четырехугольника $ABCD$ с вершинами в точках $A(2;7)$, $B(1;4)$, $C(2;-1)$ и $D(-4;4)$.
5. Найти $\frac{S}{\pi}$ круга, окружность которого задана уравнением $x^2 - 4x + y^2 - 8y - 5 = 0$.
6. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x) = 2\sin x - 5x$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$.
7. Найдите произведение комплексного числа на комплексно сопряженное к нему, если $z = 3 + 4i$.
8. На изготовление 475 деталей первый рабочий тратит на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 550 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?
9. Найдите число корней уравнения $\cos \pi x \cdot \operatorname{tg} \frac{15\pi}{4x} = 0$, принадлежащие отрезку $\left[\frac{1}{2}, 8\right]$.
10. Уравнение движения точки вдоль оси OX имеет вид: $x = at^2 + bt + c$. В момент времени $t = 1$ сек. скорость точки равна 7 см/сек. При $t = 4$ сек. абсцисса точки $x = 49$ см., а скорость точки равна 25 см/сек. Найдите $a - b + c$.
11. Даны векторы $\vec{a}(-4;2)$, $\vec{b}(5;3)$, $\vec{c}(5;-12)$. Если вектор $(\vec{a} + k\vec{b})$ перпендикулярен вектору \vec{c} , то k равно

12. Пусть x_0, y_0, z_0 – решение системы линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 7, \\ x - 4y - 3z = -2, \\ 3x + 2y + 5z = 8. \end{cases}$$

Найти $x_0 + y_0 - z_0$.

13. Если график функции $f(x) = ax^2 - 5x + 3$ проходит через точку с координатами $(-1; 6)$, то

а) значение коэффициента a равно

б) наибольшее значение функции $f(x)$ равно

в) меньший корень уравнения $f(x) = |2x - 3|$ равен

г) наибольшее решение неравенства $f\left(\frac{2}{x}\right) \leq 0$ равно

д) значение коэффициента b , при котором прямая $y = x + b$ является касательной к графику функции $f(x)$, равно

Часть 2

14. а) Решите уравнение $\frac{(x-2)^2}{2} + \frac{18}{(x-2)^2} = 7 \cdot \left(\frac{x-2}{2} - \frac{3}{x-2}\right) + 10$.

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку $[-2; 2]$.

15. Даны точки $A_1(1; 0; 1)$, $A_2(4; -2; 3)$, $A_3(7; -2; 2)$ и $A_4(7; -3; 7)$. Построить пирамиду $A_1A_2A_3A_4$. Найти:

1) длину отрезка A_1A_2 ;

2) уравнения прямых A_1A_2 и A_1A_4 ;

3) угол между прямыми A_1A_2 и A_1A_4 ;

4) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$;

5) длину высоты, опущенной из точки A_4 на плоскость $A_1A_2A_3$.

16. Сергей является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $5t$ единиц товара, а если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $12t$ единиц товара. За каждый час работы (на каждом из заводов) Сергей платит рабочему 400 рублей. Сергей готов выделять 608400 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?